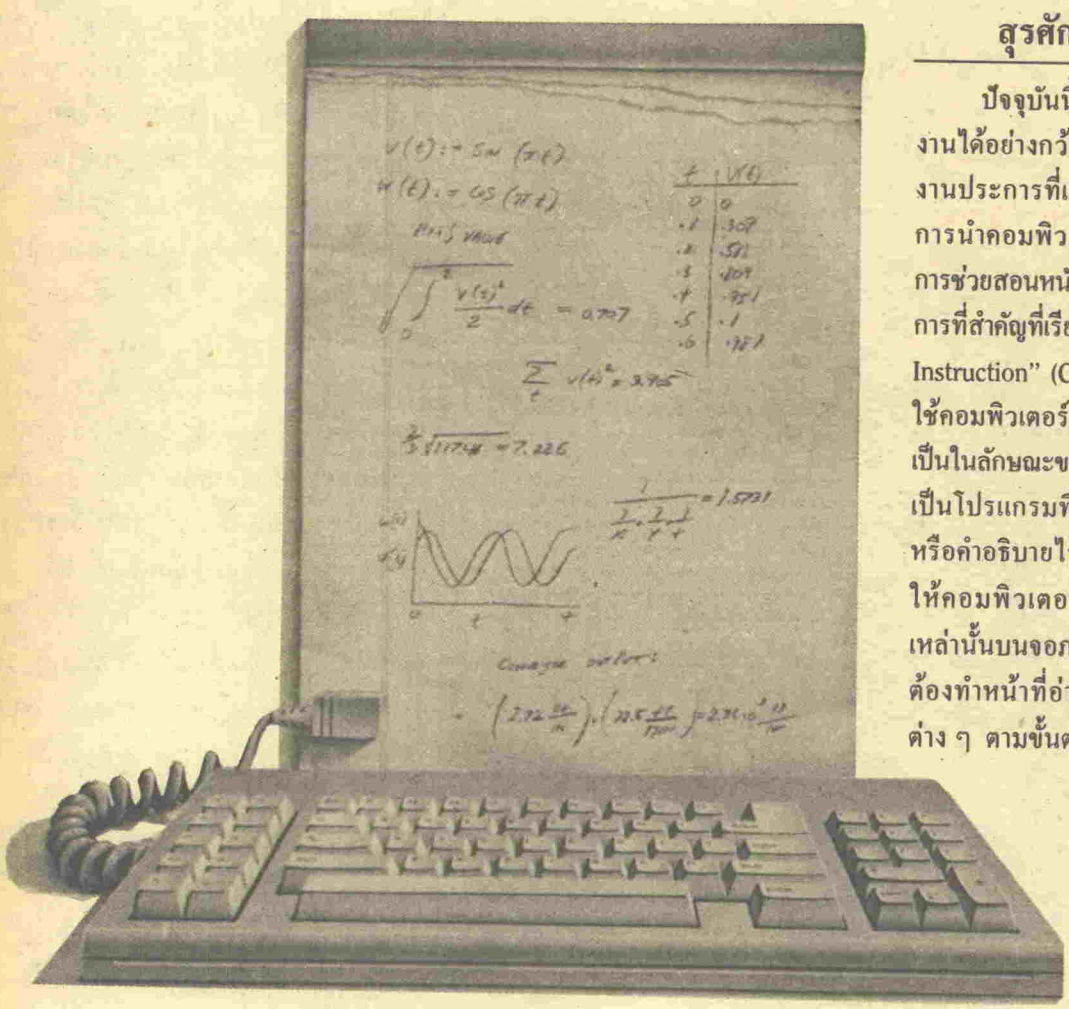
การประยุกต์ใช้ฐานความรอบรู้ในการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง การดิฟเฟอเรนชิเอต



สุรศักดิ์ สงวนพงษ์

ปัจจุบันนี้คอมพิวเตอร์ถูกนำไปใช้งานได้อย่างกว้างขวาง การประยุกต์ใช้งานประการที่เป็นที่สนใจในปัจจุบันคือการนำคอมพิวเตอร์มาเป็นเครื่องมือในการช่วยสอนหนังสือ จนกระทั่งเกิดวิทยาการที่สำคัญที่เรียกว่า "Computer Assisted Instruction" (CAI) การเรียนการสอนที่ใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือนั้น อาจจะเป็นในลักษณะของ "Program Text" หรือเป็นโปรแกรมที่เพียงแต่บันทึกข้อความหรือคำอธิบายไว้ในคอมพิวเตอร์ แล้วให้คอมพิวเตอร์แสดงข้อความต่าง ๆ เหล่านั้นบนจอภาพ ผู้เรียนหรือผู้ใช้ก็จะต้องทำหน้าที่อ่านหรือติดตามคำอธิบายต่าง ๆ ตามขั้นตอนที่โปรแกรมคอมพิว-

เตอร์ได้ควบคุมไว้แล้วนั้น อย่างไรก็ตาม การประยุกต์ใช้งานในลักษณะดังกล่าวนี้ยังมีความต้องการที่จะให้คอมพิวเตอร์มีความฉลาดเพิ่มขึ้น เช่น การวัดระดับความเข้าใจของนักเรียน ความสามารถในการอธิบายให้ถูกจุดที่นักเรียนยังบกพร่องหรือไม่เข้าใจ เป็นต้น

บทความนี้ได้นำแนวความคิดทางด้าน "Intelligent Computer Assisted Instruction" (ICAI) มาประยุกต์ในการสร้างโปรแกรมสอนวิชาดิฟเฟอเรนชิเอต กฎหรือสมการทางด้านดิฟเฟอเรนชิเอต ถูกบรรจุอยู่ในฐานความรอบรู้ (Knowledge Base) ในรูปของภาษาโปรล็อก โปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้นมีความสามารถในการอธิบายสมการต่าง ๆ ที่ใช้เป็นกฎการดิฟเฟอเรนชิเอต หลังจากนั้นจะมีแบบทดสอบความเข้าใจ นักเรียนจะต้องตอบคำถามตามโจทย์ซึ่งเป็นนิพจน์ที่นักเรียนจะต้องดิฟเฟอเรนชิเอต คอมพิวเตอร์จะอธิบายการดิฟเฟอเรนชิเอตได้เป็นขั้นตอน

โปรแกรมดิฟเฟอเรนชิเอต

โปรแกรมสอนการดิฟเฟอเรนชิเอต (differentiate) นี้มีลักษณะที่สำคัญคือ สามารถแสดงการดิฟเฟอเรนชิเอตและอธิบายได้เป็นขั้น ๆ ภาษาที่ใช้เขียนได้แก่ภาษาโปรล็อก (Prolog) ซึ่งเป็นภาษาที่เหมาะสมกับการประมวลผลสัญลักษณ์ (Symbolic Processing)

ลักษณะการสอนคือ ขั้นแรกจะบอกกฎต่าง ๆ ที่ใช้ในการดิฟเฟอเรนชิเอต ต่อจากนั้นจะยกตัวอย่างทำการดิฟเฟอเรนชิเอตให้ดูเป็นขั้น ๆ พร้อมทั้งอธิบาย สุดท้ายจะมีแบบทดสอบให้ผู้เรียนทำการทดสอบ ถ้าผู้เรียนทำแบบทดสอบผิด โปรแกรมจะบอกผลที่ถูกต้องให้พร้อมทั้งอธิบายถ้าผู้เรียนต้องการ

อัลกอริทึมของโปรแกรม

เนื่องจากโปรแกรมนี้ต้องการเขียนให้มีความสามารถในการอธิบายการดิฟเฟอเรนชิเอตได้เป็นขั้น ๆ จึงวางโครงสร้างให้มีลักษณะดังนี้

1. โจทย์ที่จะทำการดิฟเฟอเรนชิเอตจะแทนด้วยลิสต์ เช่น [d(x+1)]
2. กฎที่ใช้ในการดิฟเฟอเรนชิเอตจะแทนด้วยเพรดิเคต (predicate) ชื่อ rule ซึ่งมีลักษณะดังนี้ เช่น

rule (x, ['1'], 'dx/dx = 1').

x คือตัวที่จะทำการดิฟเฟอเรนชิเอต

'1' คือผลของการดิฟเฟอเรนชิเอต

'dx/dx = 1' คือส่วนจะใช้ในการอธิบายการดิฟเฟอเรนชิเอต

ขั้นตอนในการดิฟเฟอเรนชิเอต มีดังนี้

1. ค้นหาสัญลักษณ์ d(?) ในลิสต์ของโจทย์
2. หากฎที่ใช้ในการดิฟเฟอเรนชิเอต
3. จากกฎที่ได้แทนผลของการดิฟเฟอเรนชิเอตกลับไปแทนในลิสต์เดิม
4. อธิบายการดิฟเฟอเรนชิเอตโดยใช้คำอธิบายที่ได้มาจากกฎ
5. ทำซ้ำขั้นตอนทั้งหมดจนหา d(?) ไม่พบ (แสดงว่าดิฟเฟอเรนชิเอตเสร็จแล้ว)

ตัวอย่างเช่น จะทำการดิฟเฟอเรนชิเอต [d(x+1)] จะมีขั้นตอนคร่าว ๆ ดังนี้

ขั้น 1 [d(x+1)]

ค้นหา d(?) พบว่า ? = x+1 ซึ่งเทียบได้กับ d(u+v) = du+dv

ดังนั้น d(x+1) จึงถูกแทนด้วย d(x) + d (1)

ขั้น 2 [d(x), '+', d(1)]

ค้นหา d(?) พบว่า ? = x ซึ่งเทียบได้กับกฎ dx/dx = 1

รูปที่ 1 โปรแกรมดิฟเฟอเรนชิเอต

```
%-----------------------------------
%        differential rules
%-----------------------------------
rule(C,['0'],'dc/dx = 0'):-
   integer(C).

rule(x,['1'],'dx/dx = 1').

rule(C*U,[A,'*',d(U)],'d(c*u) = c*du'):-
   integer(C),
   concat('',C,'',A).

rule(U/C,['1','/',A,'*',d(U)],'d(u/c) = 1/c*du'):-
   integer(C),
   concat('',C,'',A).

rule(-U,['-',d(U)],'d(-u) = -du').

rule(U+V,[d(U),'+',d(V)],'d(u+v) = du+dv').

rule(U-V,[d(U),'-',d(V)],'d(u-v) = du-dv').
%-----------------------------------
append([],L,L).

append([H|T],L1,[H|L2]):-
   append(T,L1,L2).
%-----------------------------------
search(X,L,H,T):-
   sea(X,[],L,H,T).

sea(X,M,[X|T],M,T):-!.

sea(X,M,[H|T],A,B):-
   append(M,[H],C),
   sea(X,C,T,A,B).
%-----------------------------------
replace(X,L,H,T):-
   append(H,X,L1),
   append(L1,T,L).
```

รูปที่ 1 (ต่อ)

```
%-----------------------------------
ppanswer(L):-
   pr(L).

pr([]).
pr([H|T]):-
   prin(H),
   pr(T).
%-----------------------------------
diff(L,Ln):-
   search(d(X),L,H,T),
   rule(X,N,_),
   replace(N,L1,H,T),
   ( not(search(d(_),L1,_,_)) -> replace(N,Ln,H,T),!;
                                 diff(L1,Ln)).
%-----------------------------------
expla(L,Ln):-
   search(d(X),L,H,T),
   rule(X,N,Exp),
   ppanswer(L),prin(' = '),
   replace(N,Ln,H,T),
   ppanswer(Ln),nl,
   prin('by using the identity rule '),
   print(Exp),nl.

example(L):-
   expla(L,Ln),
   example(Ln).
example(L).
%-----------------------------------
show:-
   print('differential identity'),
   print('dc/dx = 0'),
   print('dx/dx = 1'),
   print('d(-u) = -du'),
   print('d(cu) = c*du'),
   print('d(u/c) = 1/c*du'),
   print('d(u+v) = du+dv'),
   print('d(u-v) = du-dv').
```

```
%-----------------------------------
inlist(X):-
   ratom(Y),
   concat('[',Y,']',Z),
   next(Z,X).

next('.',[]):-
   !.

next(X,[X|Y]):-
   inlist(Y).
%-----------------------------------
equ(X,X).
%-----------------------------------
teach:-
   show,nl,
   example([d(1+2*x-5)]),nl,
   question(Q),
   exercise(Q).
%-----------------------------------
exercise(Q):-
   ppanswer(Q),print('/dx = ?'),
   diff(Q,X),
   inlist(Y),
   ( equ(X,Y) -> print('very good');
                 explain(Q,X)          ),
   !,
   fail.
%-----------------------------------
explain(Q,X):-
   prin('The answer is '),
   ppanswer(X),nl,
   prin('Do you understand '),
   ( ratom(no) -> example(Q) ).
%-----------------------------------
question([d(1+2)]).
question([d(1+3*x)]).
question([d(1+x/5-x)]).
question([d(2*x-x/7+21)]).
```

รูปที่ 2 ตัวอย่างแสดงการทำงาน

```
teach?
differential identity
dc/dx = 0
dx/dx = 1
d(-u) = -du
d(cu) = c*du
d(u/c) = 1/c*du
d(u+v) = du+dv
d(u-v) = du-dv
```

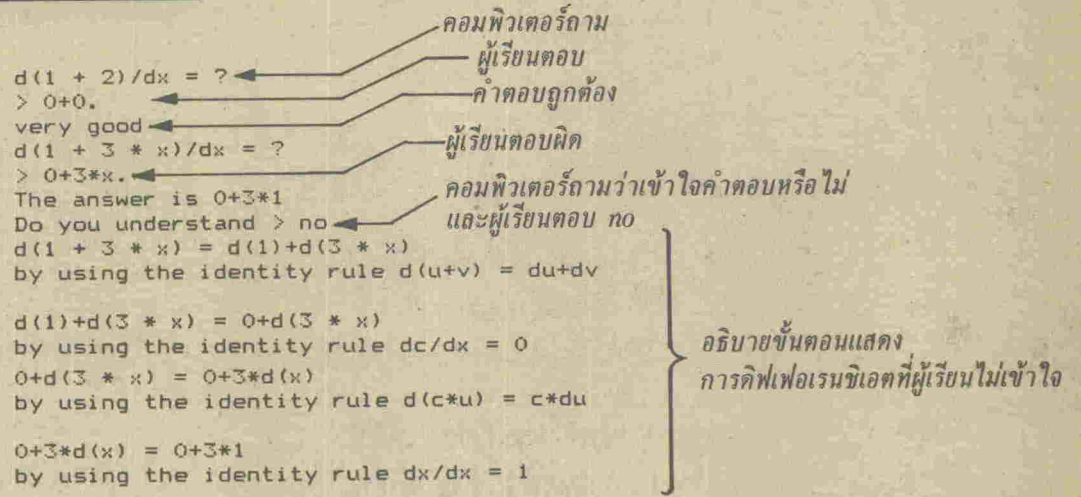
เรียกโปรแกรม

แสดงกฎการดิฟเฟอเรนชิเอตที่มีอยู่ในฐานความรอบรู้

```
d(1 + 2 * x - 5) = d(1 + 2 * x)-d(5)
by using the identity rule d(u-v) = du-dv

d(1 + 2 * x)-d(5) = d(1)+d(2 * x)-d(5)
by using the identity rule d(u+v) = du+dv

d(1)+d(2 * x)-d(5) = 0+d(2 * x)-d(5)
by using the identity rule dc/dx = 0

0+d(2 * x)-d(5) = 0+2*d(x)-d(5)
by using the identity rule d(c*u) = c*du

0+2*d(x)-d(5) = 0+2*1-d(5)
by using the identity rule dx/dx = 1

0+2*1-d(5) = 0+2*1-0
by using the identity rule dc/dx = 0
```

ตัวอย่างการดิฟเฟอเรนชิเอต d (1+2x+5) ที่คอมพิวเตอร์แสดงให้ดูเป็นขั้นทีละขั้น

รูปที่ 2 (ต่อ)




```
d(1 + 2)/dx = ?
> 0+0.
very good
d(1 + 3 * x)/dx = ?
> 0+3*x.
The answer is 0+3*1
Do you understand > no
d(1 + 3 * x) = d(1)+d(3 * x)
by using the identity rule d(u+v) = du+dv

d(1)+d(3 * x) = 0+d(3 * x)
by using the identity rule dc/dx = 0
0+d(3 * x) = 0+3*d(x)
by using the identity rule d(c*u) = c*du

0+3*d(x) = 0+3*1
by using the identity rule dx/dx = 1

d(1 + x / 5 - x)/dx = ?
> 0+x
> 1.
The answer is 0+1/5*1-1
Do you understand > no
d(1 + x / 5 - x) = d(1 + x / 5)-d(x)
by using the identity rule d(u-v) = du-dv

d(1 + x / 5)-d(x) = d(1)+d(x / 5)-d(x)
by using the identity rule d(u+v) = du+dv

d(1)+d(x / 5)-d(x) = 0+d(x / 5)-d(x)
by using the identity rule dc/dx = 0

0+d(x / 5)-d(x) = 0+1/5*d(x)-d(x)
by using the identity rule d(u/c) = 1/c*du

0+1/5*d(x)-d(x) = 0+1/5*1-d(x)
by using the identity rule dx/dx = 1

0+1/5*1-d(x) = 0+1/5*1-1
by using the identity rule dx/dx = 1

d(2 * x - x / 7 + 21)/dx = ?
> 2*1-1/7*1+0.
very good
```

ดังนั้น d(x) จะถูกแทนด้วย 1

ขั้น 3 ['1', '+', d(1)]

ค้นหา d(?) พบว่า ? = 1 ซึ่งเทียบได้กับกฎ dc/dx = 0

ดังนั้น d(1) จึงถูกแทนด้วย 0

ขั้น 4 ['1', '+', '0']

จะได้คำตอบ คือ 1+0 หรือ 1

ขั้นตอนในการสอน

โปรแกรมนี้มีขั้นตอนในการสอนดังนี้

1. แนะนำกฎต่าง ๆ ที่ใช้ในดิฟเฟอเรนชิเอต

2. แสดงตัวอย่างโดยทำการดิฟเฟอเรนชิเอตตัวอย่างให้ดู

3. ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบถ้าทำผิดโปรแกรมจะบอกคำตอบที่ถูกต้องให้พร้อมทั้งอธิบายและดิฟเฟอเรนชิเอตให้ดูเป็นขั้น ๆ

สรุป

โปรแกรมนี้เป็นเพียงตัวอย่างของ ICAI ยังมีสิ่งที่ควรปรับปรุงอีกเช่นการยุบคำตอบให้อยู่ในรูปแบบที่สั้นและรัดกุมตามแบบที่ใช้กัน (['0', '+', '1'] ['1']) และให้โปรแกรมสังเกตได้จากคำตอบว่าผู้เรียนยังไม่เข้าใจในจุดใดเพื่อให้โปรแกรมชี้แนะผู้เรียนได้ถูกจุด ซึ่งจะทำให้การสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

เอกสารอ้างอิง

1. *James Boven (1985)*, "Expert Systems in industry and business", Dept. of Computer Science, Univ. of Reading, England.
2. *A.Barr and E.A. Feigenbaum (1981)*, "The Handbook of Artificial Intelligence volume I", Dept. of Computer Science, Stanford University.
3. *MICRO-AI (1983)*, "PROLOG 86", User's Guide and Reference Manual, Rheem Valley, CA.